

Confrontation essais-modèle sur une structure composite sandwich originale

- Du projet encadré au TP -

François Louf (35 ans)

Agrégé - Docteur es Mécanique

Maître de conférences

Enseignements en CAO, conception, calculs éléments finis

Recherche en validation/recalage de modèles & incertitudes



Emmanuel Baranger (33 ans)

Agrégé - Docteur es Mécanique

Chercheur CNRS

Enseignements en mécanique non linéaire et structures composites

Recherche sur les composites sandwich & à matrices céramiques



Olivier Dorival (33 ans)

Agrégé - Docteur es Mécanique

Agrégé préparateur

Enseignements en ondes et vibrations

Recherche en dynamique des structures basses et moyennes fréquences



*Ecole Normale Supérieure de Cachan
Département de Génie Mécanique*

www.bksv.com

Brüel & Kjær Sound & Vibration Measurement A/S.

Copyright © Brüel & Kjær. All Rights Reserved.

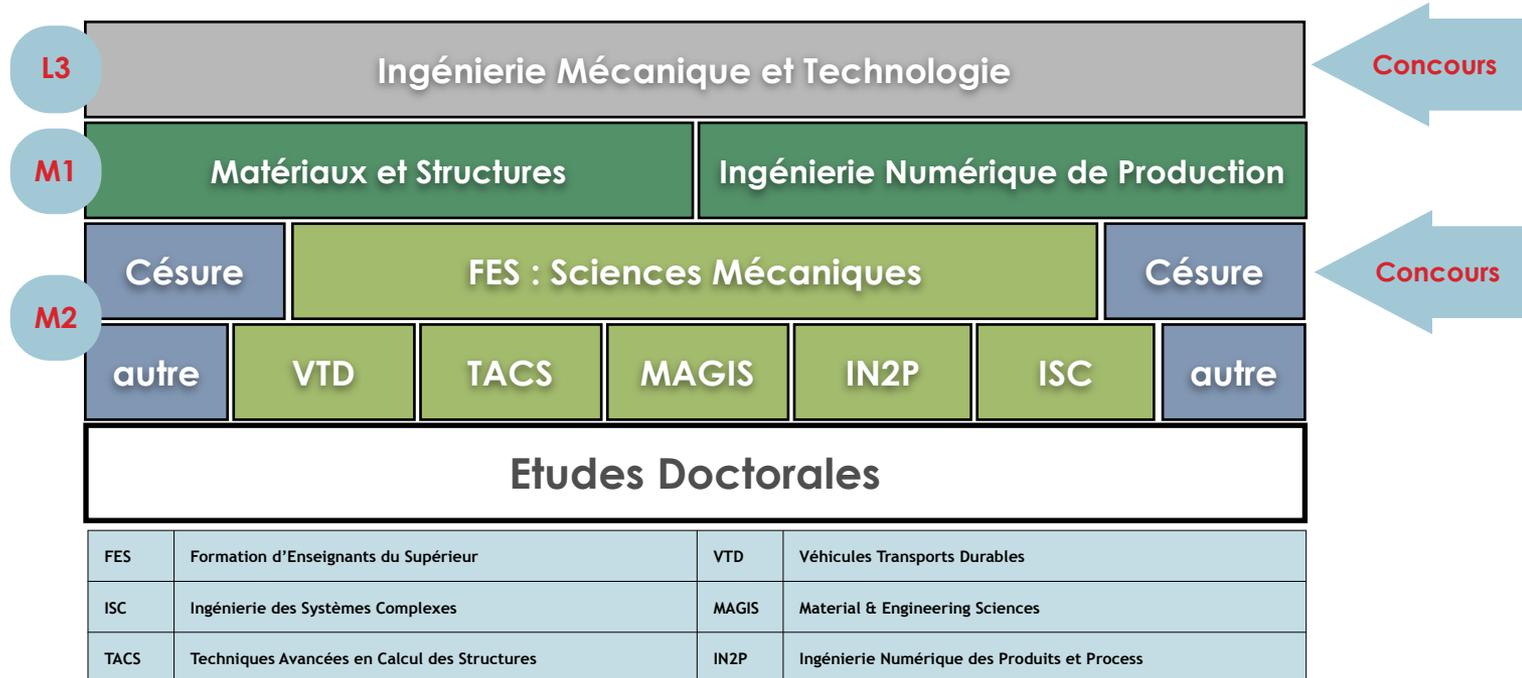
Référence du projet : 2011-BKUC-0105

Cursus de formation au sein de l'ENS Cachan

La formation en sciences pour l'ingénieur a pour principaux objectifs de donner :

- une culture scientifique de haut niveau
- une culture technologique orientée vers les défis industriels actuels et futurs

La formation des normaliens se déroule en 4 ans

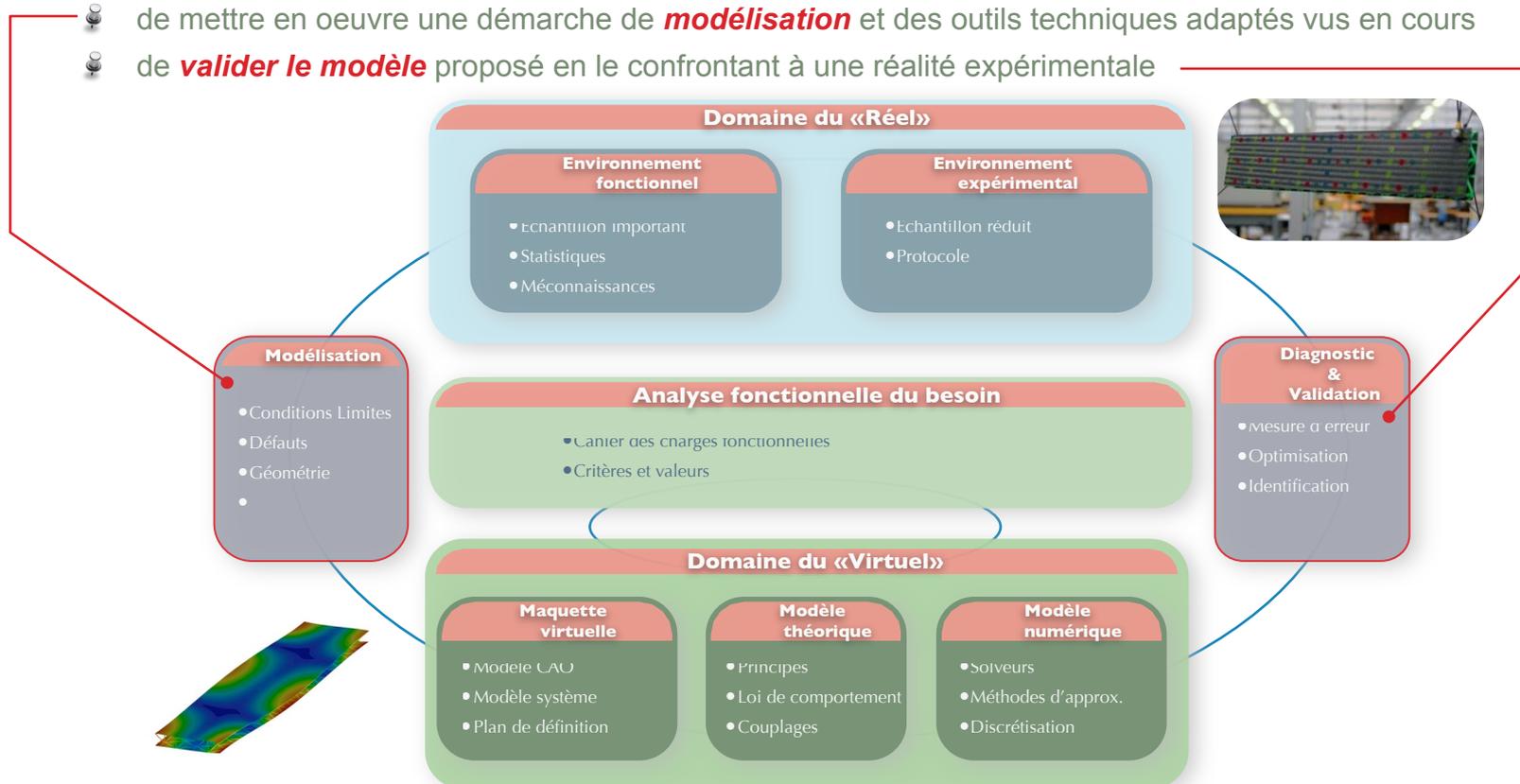


Cette double culture permet aux normaliens de s'orienter :

- vers l'enseignement (Agrégés en Ecoles d'ingénieurs, classes préparatoires, IUT)
- vers l'enseignement supérieur et la recherche
- vers les services de R&D des grands groupes

Contexte thématique : modélisation & validation

- La formation dispensée au Département de Génie Mécanique s'appuie fortement sur les projets, et les Travaux Pratiques
- Ces activités, réalisées au sein des différents laboratoires d'enseignement, permettent notamment :
 - de mettre en oeuvre une démarche de **modélisation** et des outils techniques adaptés vus en cours
 - de **valider le modèle** proposé en le confrontant à une réalité expérimentale



Présentation du projet initial

Contexte industriel

- Emergence de nouveaux matériaux composites (sur mesure)

Organisation

- 3 étudiants de M1 : Mécanique des Matériaux et des Structures
- 10 séances de 4 heures

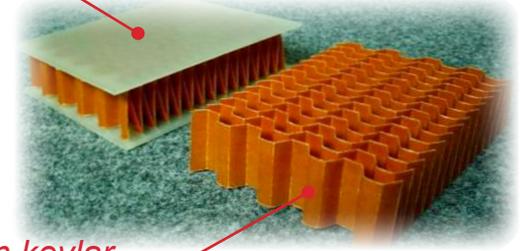
Objectifs pédagogiques - «L'étudiant doit être capable de : »

- Modéliser une structure et paramétrer le modèle obtenu
- Réaliser un modèle éléments finis associé pertinent
- Réaliser des essais vibratoires sur la structure fabriquée
- Définir une formulation d'un écart essais/modèle
- Recaler le modèle proposé
- Critiquer la modélisation et/ou les essais réalisés

Ressources

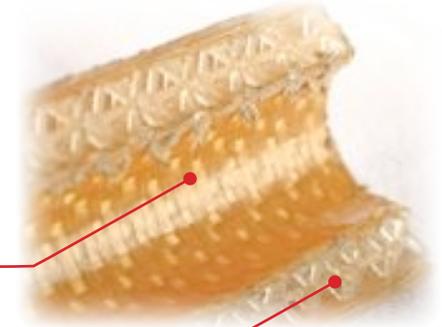
- Laboratoire d'élaboration de composites
- Laboratoire de CAO et Calcul éléments finis
- Laboratoire de dynamique des structures

Peaux tissu de carbone, matrice epoxy



*Ame en kevlar
type «origami»*

Peaux époxy



Ame type treillis

Elaboration de la «structure»

Moyens de production propres au département

- Laboratoire d'élaboration de composites stratifiés
- Imprimante 3D ABS
- Permet de maîtriser toute la chaîne, et notamment d'être conscient des défauts de fabrication

Modélisation de l'âme

- Réalisation de la maquette numérique d'un treillis à maille tétraédrique entièrement paramétrée
 - Nombre de motifs dans deux directions, hauteur du motif, diamètre des barres (2.5 mm ici)

Fabrication de l'âme

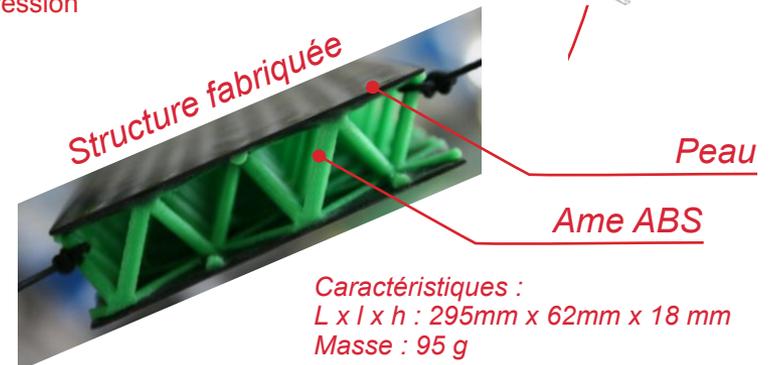
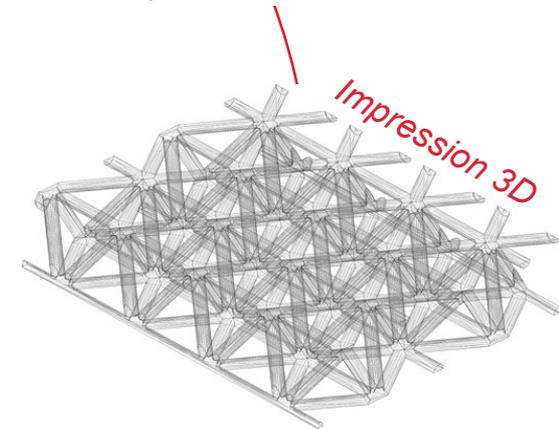
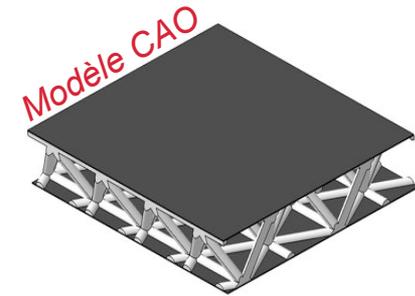
- Impression de la maquette numérique
 - Matériau ABS mal connu (orthotropie), défauts d'impression

Fabrication des peaux

- Réalisation de deux plaques composites carbone-époxy
 - Géométrie finale comportant des défauts

Assemblage

- Collage des plaques sur l'âme en treillis
 - Epaisseur de colle mal maîtrisée



Caractérisation par essais dynamiques

Objectifs

- Réaliser des essais en dynamique
- Post-traiter les essais

Essais en libre-libre

- Suspensions élastiques
- Impact au marteau en 93 points sur chaque face (186 points)
- Mesure avec un accéléromètre uniaxe fixe
- Bande de fréquences : [0 - 3500] Hz

Extraction des modes

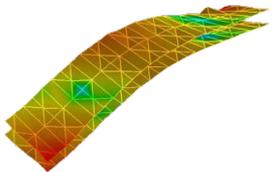
- Succession de modes de flexion et torsion

Support élastique

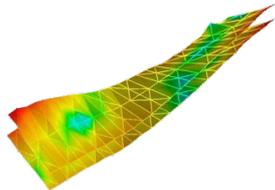
Accéléromètre



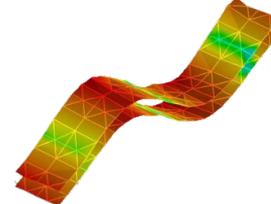
Flexion 1 : 617 Hz



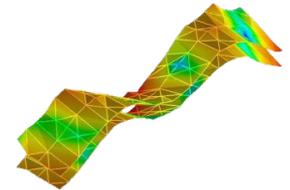
Torsion 1 : 662 Hz



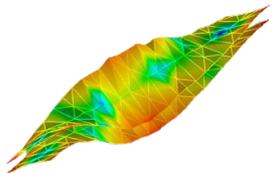
Flexion 2 : 1023 Hz



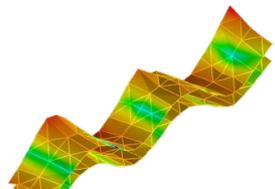
Flexion 3 : 1461 Hz



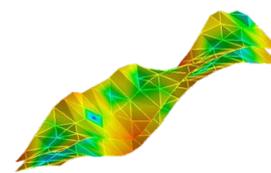
Torsion 2 : 1521 Hz



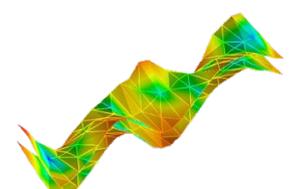
Flexion 4 : 1814 Hz



Torsion 3 : 2116 Hz



Torsion 4 : 2447 Hz



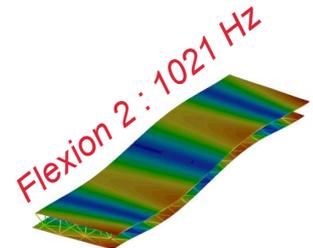
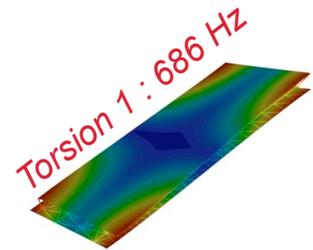
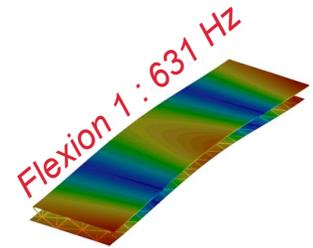
Modélisation éléments finis paramétrée

Objectifs

- Modélisation éléments finis de la structure (CATIA V5)
 - Représentatif de la structure composite (prise en compte de la masse de colle notamment)
 - Suffisamment léger en terme de coût de calculs
 - Paramétré par les coefficients matériaux mal-connus
 - Modules d'élasticité des peaux (quasi-isotrope) et de l'âme en ABS
- Réaliser le calcul des premiers modes propres

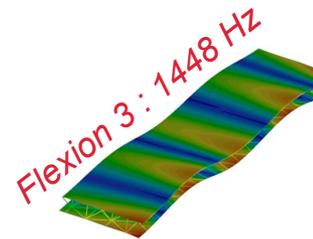
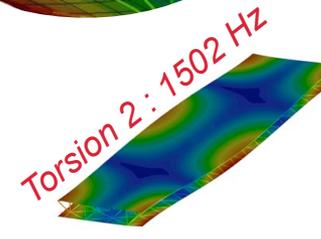
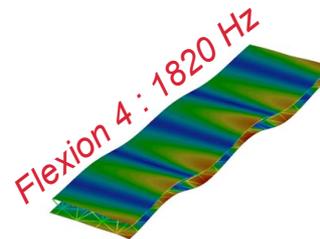
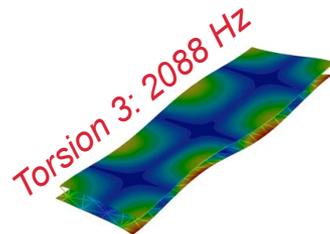
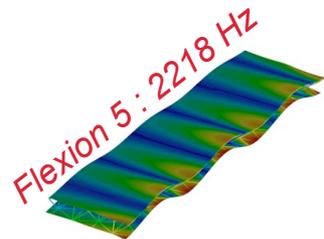
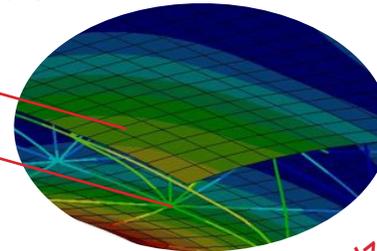
Résultats

- Un modèle composé de poutres (treillis) pour l'âme et de coques pour les peaux (47000 ddl)
- Temps de calcul pour 20 modes : env. 30 s sur une machine standard
- Alternance de modes de flexion et de torsion
- Intérêt de l'étude dynamique : multi-sollicitation de la structure



Eléments coques

Eléments poutres



Etude paramétrique et recalage

Objectifs pédagogiques

- Etre capable de formuler un critère de distance entre essai et modèle
- Evaluer l'impact du choix de la distance essais/modèles sur la pertinence du recalage

Travail réalisé

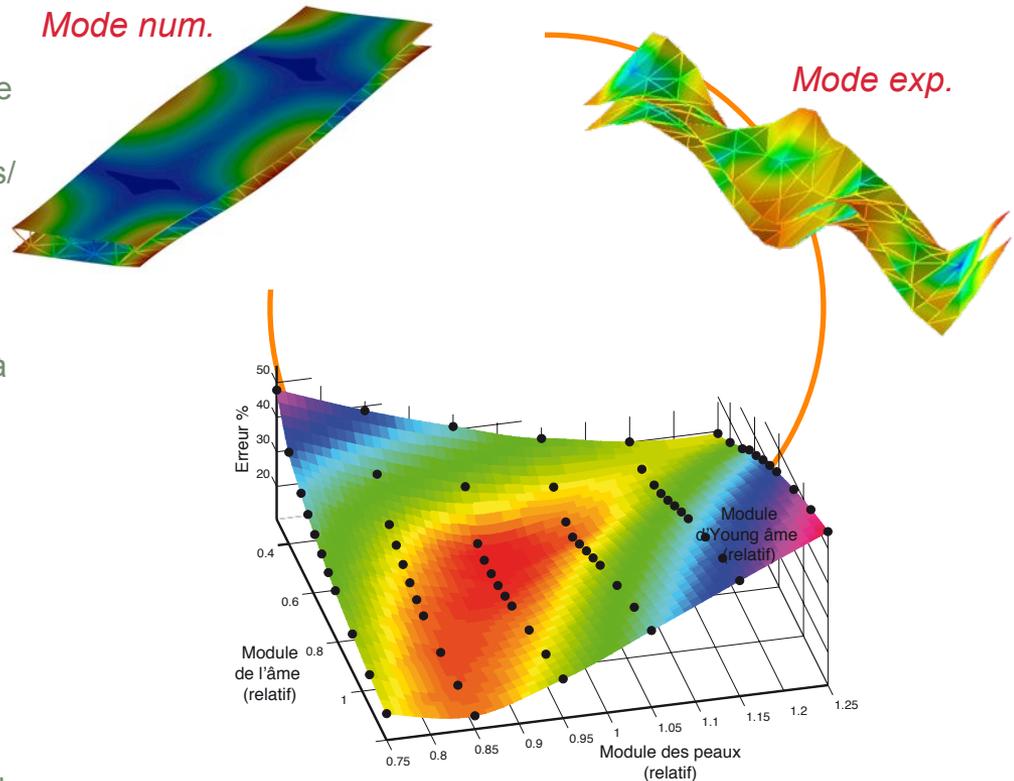
- Formulation d'un critère en fréquence simple à manipuler

$$e_f = \sum_{p=1}^n \left(\frac{f_p^h - f_p^m}{f_p^m} \right)^2$$

- Appairage manuel des modes en cas de permutation (délicat)

Résultats

- Une surface de réponse décrivant l'évolution de l'erreur pour un jeu de paramètres (module peaux/module âme)
- Un jeu de paramètres optimaux



Ecart en fréquence cumulé sur les modes et fonction des deux paramètres variant dans des intervalles «raisonnables»

Du projet au(x) TP(s)

Du projet au TP : réaliser un TP de niveau M1 illustrant l'intérêt du MAC dans la démarche expérimentale, en utilisant le modèle de la structure composite et les mesures effectuées lors du projet

Prérequis

- Cours, TD, et TP d'éléments finis (L3 et début de M1)
- Cours et TD de dynamique des structures (Vibrations de systèmes continus et discrets, Orthogonalité des modes)

Nos objectifs de formation

- Mettre en évidence l'intérêt d'avoir un modèle éléments finis dès la préparation de l'essai afin de définir au mieux la position et l'orientation des points de mesures
- Mettre en évidence la difficulté d'appairer les modes expérimentaux et éléments finis manuellement
- Mettre en évidence l'intérêt d'un critère portant sur la forme des modes : le critère de MAC

Organisation de la séance de TP

Présentation des ressources par l'enseignant (15 min)

- Support physique (réalisation, originalité) et modèle numérique réalisé dans CATIA (calcul, paramètres, exports des modes)
- Base de données expérimentale (186 points de mesures, extraction et export des modes)

Présentation du MAC (30 min)

- Origine du critère, hypothèses associées et définition

$$\{\Phi_p\}^T [M] \{\Phi_q\} = 0 \quad \forall p \neq q$$
$$MAC_{p,q} = \frac{(\{\Phi_p\}^T \{\Phi_q\})^2}{\{\Phi_p\}^T \{\Phi_p\} \{\Phi_q\}^T \{\Phi_q\}}$$

Intérêt du MAC pour préparer une mesure (90 min)

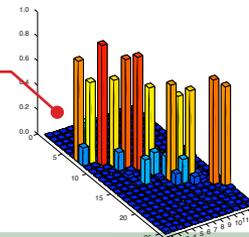
- Calcul du MAC à partir des modes analytiques sur un exemple simple (poutre)
- Application à la structure étudiée en utilisant le modèle éléments finis fourni
- Etude du résultat en fonction du nombre de points de mesures

Intérêt du MAC pour valider un modèle (90 min)

- Calcul du MAC à partir des modes expérimentaux et numériques
- Intérêt du MAC pour appairer les modes puis pour valider un modèle

Conclusions (15 min)

- Bilan effectué avec les étudiants - Synthèse



```
10 %
11 % Changement de l'export fait par CATIA : modes et frequences et capteurs
12 %
13 ModesCAT = load('Modes_CATIA.txt');
14 FreqCAT = load('frequences_CATIA.txt');
15 CapCAT = load('capteurs_CATIA.txt');
16 CapCAT = CapCAT(1:size(CapCAT,1)-1,2);
17 MACCAT = size(CapCAT,1);
18 %
19 % Changement de l'export fait par Test.Lab = modes et frequences
20 %
21 FreqEXP = load('frequences_EXP.txt');
22 ModesEXP = load('Modes_EXP.txt');
23 CapEXP = load('capteurs_EXP.txt');
24 MACEXP = size(CapEXP,1);
25 %
26 % Nombre de modes calculés
27 %
28 nfcac = size(FreqCAT,1);
29 nfcexp = size(FreqEXP,1);
```

A

B

C

Détail de la partie théorique : le MAC

A

Origine de l'idée : orthogonalité des modes / opérateur de masse

Vu en Cours/TD sur des milieux continus ou discrets

Cas des modèles discrets :

Orthogonalité des modes : $\{\Phi_p\}^T [M] \{\Phi_q\} = 0 \quad \forall p \neq q$

Forme des matrices de masse consistante et «lumpée» (masse concentrée aux noeuds)

Pour une barre avec 3 éléments de même longueur :

$$[M] = \frac{\rho S l}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad [M_D] = \frac{\rho S l}{6} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \rho S l = M/3$$

Hypothèse de masse uniformément répartie : matrice de masse lumpée proche de l'identité

$$[M_D] \approx M/n [I_d]$$

Sous cette hypothèse, on a donc une relation proche de l'orthogonalité théorique :

$$\{\Phi_p\}^T \{\Phi_q\} \approx 0 \quad \forall p \neq q$$

Définition du MAC (Modal Assurance Criterion)

C'est une matrice de terme courant

$$MAC_{p,q} = \frac{(\{\Phi_p\}^T \{\Phi_q\})^2}{\{\Phi_p\}^T \{\Phi_p\} \{\Phi_q\}^T \{\Phi_q\}}$$

Le terme courant est compris entre 0 et 1

Le MAC : 3 outils en 1



Un outil de pré-test

- On utilise un modèle éléments finis suffisamment représentatif du comportement
- On calcule les modes dans la bande de fréquence étudiée (et un peu plus)
- On définit un jeu de points de mesures, et on réduit les modes à cet ensemble
- On calcule le MAC associé à ces modes éléments finis (h) réduits :

$$MAC_{p,q} = \frac{(\{\Phi_p^h\}^T \{\Phi_q^h\})^2}{\{\Phi_p^h\}^T \{\Phi_p^h\} \{\Phi_q^h\}^T \{\Phi_q^h\}}$$

- La forme de la matrice MAC nous renseigne sur la capacité des points de mesures retenus à distinguer les modes les uns des autres

Un outil de validation des essais

- On calcule le MAC associé aux modes expérimentaux (m) :

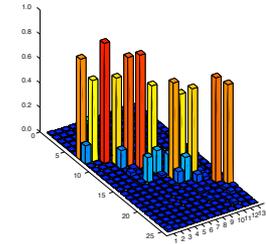
$$MAC_{p,q} = \frac{(\{\Phi_p^m\}^T \{\Phi_q^m\})^2}{\{\Phi_p^m\}^T \{\Phi_p^m\} \{\Phi_q^m\}^T \{\Phi_q^m\}}$$

- Le MAC donne alors une idée de la qualité de l'analyse modale effectuée

Un outil de validation d'un modèle / une référence expérimentale

- On calcule le MAC associé aux modes expérimentaux/numériques :

$$MAC_{p,q} = \frac{(\{\Phi_p^h\}^T \{\Phi_q^m\})^2}{\{\Phi_p^h\}^T \{\Phi_p^h\} \{\Phi_q^m\}^T \{\Phi_q^m\}}$$



Développé dans
le TP proposé

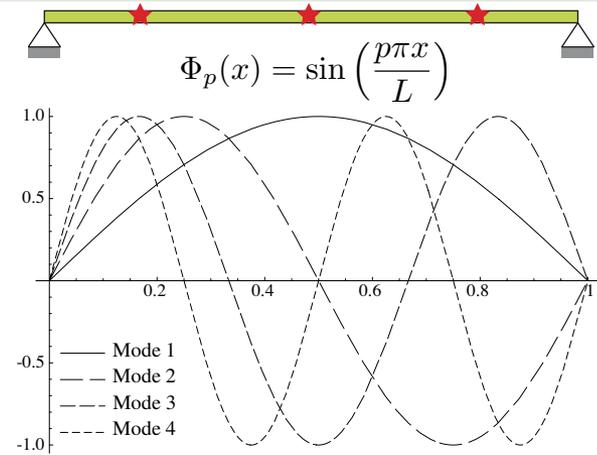
Le MAC, un outil de pré-test - Exemple analytique (B)

Support simple

- Une poutre sur deux appuis simples
- Les modes propres sont connus (cours)
- Nombre de points de mesures variables, équirépartis

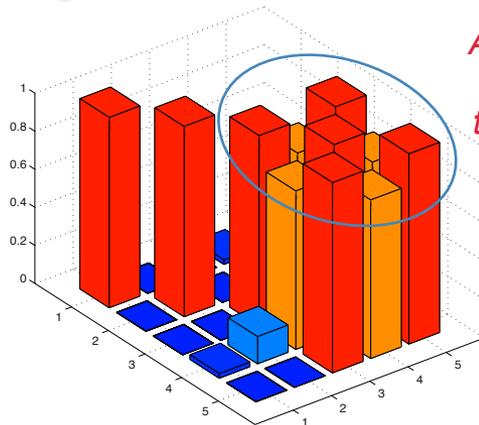
Travail demandé

- Calculer, à l'aide de Matlab, le MAC
 - Pour {1,2,3,...30} points de mesures
 - Pour {5,10,15, 25, 30} modes calculés
- Calculer, à chaque fois, la somme des termes non diagonaux (nommé résidu) pour quantifier la possibilité de distinguer des modes différents par le jeu restreint de points de mesures

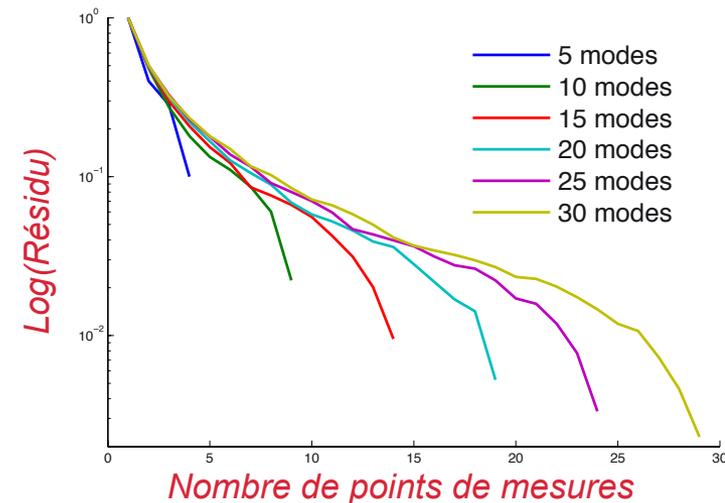


Résultats

- Le résidu diminue avec le nombre de points de mesures



Avec seulement 3 points de mesure, présence de forts termes non diagonaux : les modes 3, 4 et 5 sont très similaires



Le MAC, un outil de pré-test - Sandwich

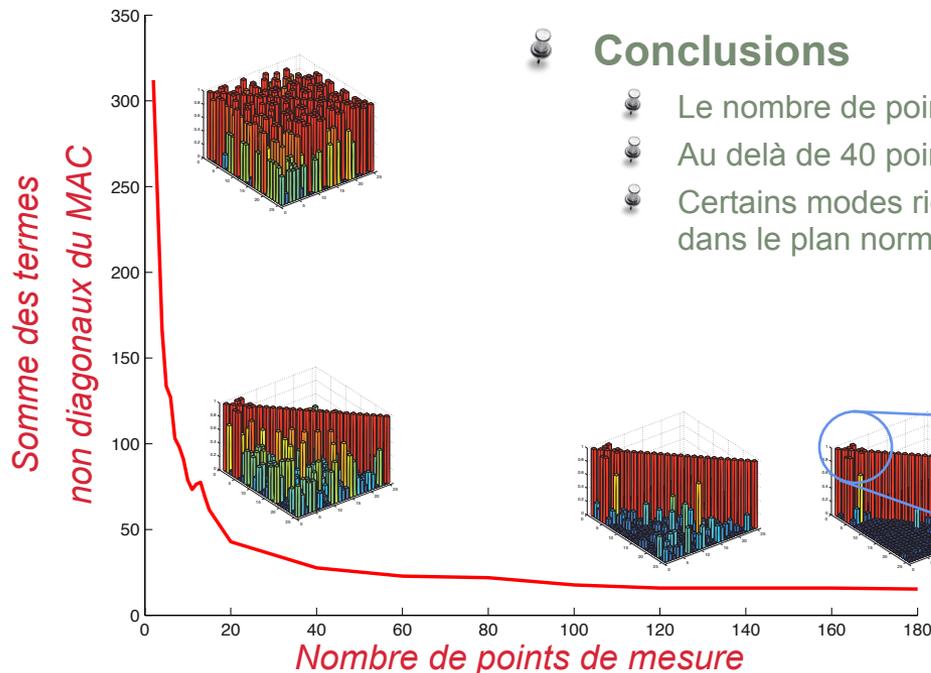


Le modèle éléments finis, associé à une macro CATIA, permet

- D'exporter les modes et fréquences propres
- D'exporter les coordonnées des points de mesure

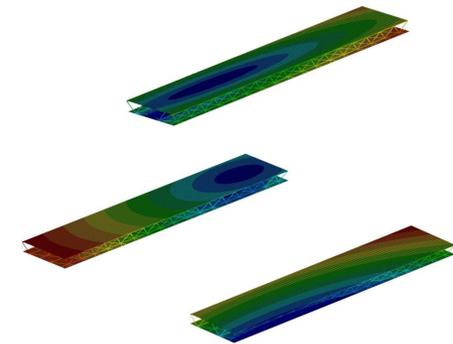
Un programme Matlab à disposition des étudiants permet

- De relire ces fichiers
- De calculer le MAC
- De prendre en compte dans le calcul différents nombres de points de mesures



Conclusions

- Le nombre de points de mesure joue sur la facilité à distinguer les modes
- Au delà de 40 points de mesure, le gain est faible
- Certains modes rigides ne peuvent être distingués (3 modes principalement dans le plan normal à la direction de mesure)

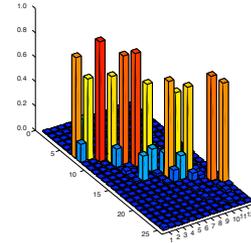


Le MAC un outil de corrélation essai/modèle



Des modes rigides non extraits dans les essais

- Pas de corrélation essais/modèle sur les 6 premiers modes EF

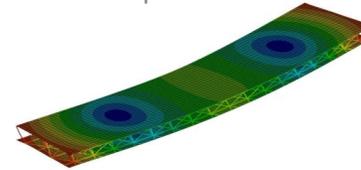


Une bonne corrélation essais/modèle sur les 7 premiers modes

- Les valeurs sur la diagonale sont supérieures à 0.6
- Les termes hors diagonaux sont inférieurs à 0.2

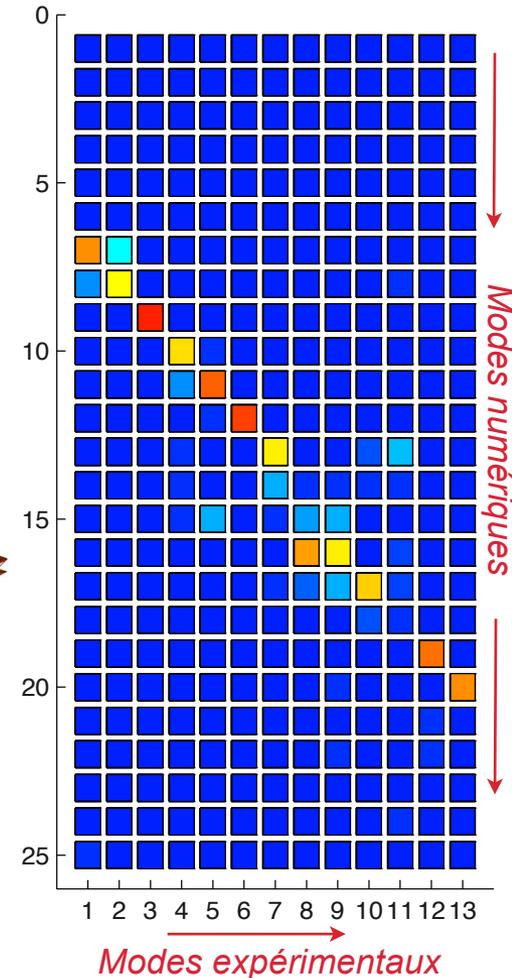
Deux modes numériques non vus expérimentalement

- Un mode de flexion (n°15) dans le plan de la structure
 - Il n'est pas observable expérimentalement : mesure de la composante hors plan avec un accéléromètre mono-axe
- Deux modes (n°14 & 18)
 - Sans doute non extraits expérimentalement



Des modes numériques qui n'ont pas d'équivalents dans les essais (n° > 20)

- Ces modes, plus hautes fréquences, ont été calculés «par sécurité»



Conclusions & Perspectives

Un projet original a été mené avec trois étudiants de M1

- Réalisation complète d'une structure composite
- Caractérisation expérimentale (analyse modale)
- Caractérisation numérique
- Corrélation/recalage du modèle
- Le modèle recalé apparaît comme **très représentatif** des essais réalisés

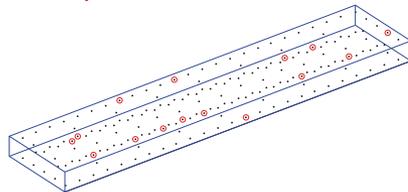
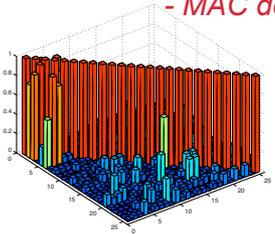
Ce projet a permis de construire un TP opérationnel en M1 pour sept. 2011

- Les objectifs pédagogiques de ce TP sont centrés
 - sur la compréhension de l'outil MAC
 - sur l'utilisation de l'outil MAC en pré-test et corrélation calcul/essais

En fonction du déroulement de ce TP en 2011, des évolutions sont possibles

- Amener les étudiants à formuler une distance essais-modèle à partir du MAC
- Travailler sur la position des points de mesures à l'aide du modèle éléments finis en plus du nombre de points retenus
 - Amener les étudiants à formuler un critère basé sur le MAC permettant l'optimisation des points de mesures
 - Exemple avec 15 points de mesures choisis au hasard (10000 tirages) - configurations extrêmes :

*15 points bien placés
- MAC de bonne qualité -*



*15 points mal placés
- MAC de mauvaise qualité -*

